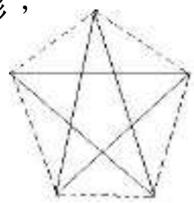
國立臺灣大學 102 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題　(102 新生)

一、填充題　（每題 10 分）

1. 計算 $1990^2-1989^2+1988^2-1987^2+\cdots+2^2-1^2=$________。

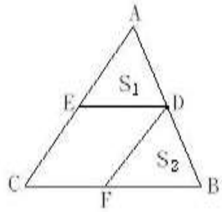
2. 已知 $x+\dfrac{1}{x}=3$，則 $\dfrac{x^2}{x^4+x^2+1}=$________。

3. 將一邊長為 10 的正五邊形的對角線全部畫出來如圖，可得一個五角星形，
求(1)此正五邊形的對角線長為________。
　(2)此正五邊形五個邊及五條對角線共可決定________個三角形



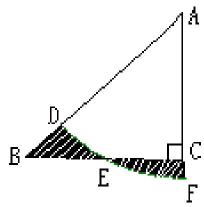
4. 互相外切的三個全等圓(半徑都是 r)，都內切於半徑為 R 的一圓，
則 $\dfrac{R}{r}=$________。

5. 設 n 為自然數，$a=\dfrac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$，$b=\dfrac{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+2}-\sqrt{n}}$
若 $5a^2+22ab+5b^2=2012$，則 $n=$________。

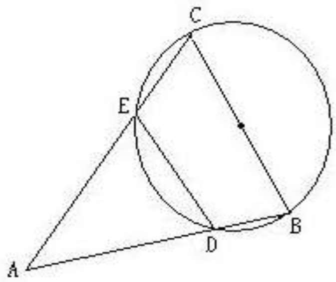


6. 如圖，已知 D 是 ΔABC 的邊 $\overline{AB}$ 上任意一點，$\overline{DE}//\overline{BC}$，$\overline{DF}//\overline{AC}$，
設 ΔADE 的面積為 S_1，ΔDBF 的面積為 S_2，則 $\square DFCE$ 的面積為________。

7. 如圖，在直角 ΔABC 中，$\overline{AC}=\overline{BC}$，(圓弧) DEF 的圓心為 A，
如果圖中兩個陰影部分的面積相等，求 $\overline{AD}:\overline{DB}=$________。



8. 如圖，銳角 ΔABC 中，$\angle A=30°$，以 $\overline{BC}$ 為直徑
作圓與 $\overline{AB},\overline{AC}$ 分別交於 D,E 連結 $\overline{DE}$，把 ΔABC
分成 ΔADE 和四邊形 $DBCE$，設他們的面積分別
為 $S_1,\ S_2$，求 $S_1:S_2=$________。



9. 設 x,y,z 為實數且滿足 $\begin{cases}x+y+z=2\\2x^2-yz=4\end{cases}$
試求 $xy+yz+zx$ 之最小值為________。

10. 銳角三角形△ABC，由 A、B、C 三點作高，交於對邊，垂足分別　　為 D、E、F，△ABC 的垂心是 H，那麼 H 是△DEF 的 ________。