

**國立臺灣大學 103 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (103 新生)**

一． 填充題：(每題 8 分)

1. 試求 $\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 101}{6^{100}}$ 化為最簡分數後的分母為_____。(以指數型態作答)

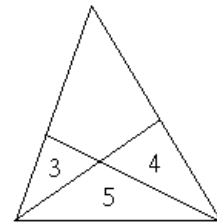
2. 設 n 為自然數， $a = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}$, $b = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}$ ，若 $5a^2 + 22ab + 5b^2 = 2012$ ，
則 $n =$ _____。

3. 甲、乙二人相向而行，甲從 A 地，乙從 B 地，同時出發，兩人第一次相遇在離 A 地 20 公里處；相遇後，兩人速度不變，繼續前進，分別到達 B，A 之後，立即返回，又相遇在離 B 地 6 公里處，求 A、B 兩地的距離為_____公里。

4. 已知 a, b, c 皆為實數， $a + b = 8$ 且 $c^2 - ab - 8\sqrt{2}c + 48 = 0$ ，求數對 $(a, b, c) =$ _____。

5. 用某自然數 N 分別除 79 和 159，所得的兩個餘數和為 16，求 $N =$ _____或_____。

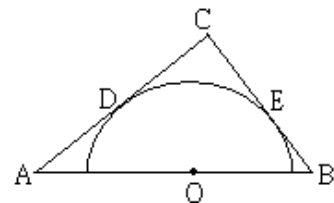
6. 如右圖，將三角形分割成四塊，其中三塊面積為 3、4、5，
求第四塊面積 =_____。



7. 在 503 後面添三位數字，使所得六位數被 7、9、11 整除，
求此六位數為_____。

8. 有一正整數，加上 100 則為一完全平方數；若加 168 則為另一完全平方數，
則此數 =_____。

9. 如右圖，半圓的圓心 O 在直角 $\triangle ABC$ 的斜率邊 \overline{AB} 上，
且與兩股相切，若直角 $\triangle ABC$ 的面積為 5，斜率邊長
為 $\sqrt{29}$ ，則半圓的半徑為_____。



10. 計算 $\sqrt{81 \cdot 82 \cdot 83 \cdot 84 + 1} =$ _____。

二． 計算題：(20 分，須給計算細節)

如右圖 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ， $\overline{BC} = 3$ ， $\overline{CD} = \overline{DE} = 1$ ，

求 \overline{AC} 的長度。

