

國立臺灣大學 104 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (104 插班生)

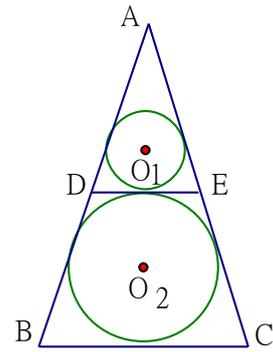
一、填充題 (每題十分)

1. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_n + a_{n+1} = 2n^2$ ，試求此數列的前 20 項的和。
2. 若 x_1, x_2, \dots, x_{40} 等 40 個數的值皆為 $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$ 的三個根之一，且 $x_1 + \dots + x_{40} = 26$ ，
 $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_{40} - 1)^2 = 48$ ，則這 40 個數字裡面有多少個是 2？
3. 在座標平面上， O 為原點，四邊形 $ABCO$ 為正方形，而其中一邊 \overline{AB} 在直線 $L: mx + y = 8$ ，且已知 \overline{AB} 被 x 軸平分， $m > 0$ ，試求 m 的值。
4. 設直線 $x = k$ 與 $y = \log_5 x$, $y = \log_5(x + 4)$ 分別交於 A, B ，若 $\overline{AB} = \frac{1}{2}$ ，則 k 等於多少？
5. 已知實係數方程式 $x^4 - 6x^3 + 14x^2 + ax + 5 = 0$ 有兩實根及兩複數根，又知兩實根之和為 3，試求 a 值。
6. 已知 $p > 0$ ， $q > 0$ 且 $\frac{1}{p} + \frac{1}{2q} = 6$ ，求 $\log_{\frac{1}{2}} p^2 q$ 之最大值。

二、計算題（每題二十分）

1. 如圖 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，已知 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

圓 O_1 為 $\triangle ADE$ 的內切圓，圓 O_2 為四邊形 $BCED$ 的內切圓，
計算圓 O_1 半徑與圓 O_2 半徑的比值。



2. 如圖正三角形 ABC 經折疊使得頂點 C 置於 \overline{AB} 上，

設 $\overline{AC'} = 1$ ， $\overline{BC'} = 2$ ，計算 \overline{PS} 之長。

