

國立臺灣大學 104 學年度高中物理科學人才培育計畫  
數學科試題 (104 插班生)

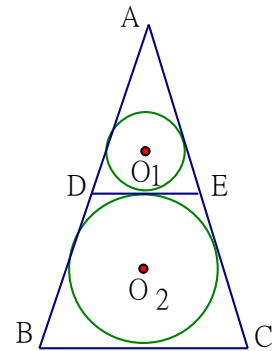
一、填充題 (每題十分)

1. 數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $a_n + a_{n+1} = 2n^2$ ，試求此數列的前 20 項的和。
2. 若  $x_1, x_2, \dots, x_{40}$  等 40 個數的值皆為  $x^3 - 6x^2 + 8x = 0$  的三個根之一，且  $x_1 + \dots + x_{40} = 26$ ，  
 $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_{40} - 1)^2 = 48$ ，則這 40 個數字裡面有多少個是 2？
3. 在座標平面上， $O$  為原點，四邊形  $ABCO$  為正方形，而其中一邊  $\overline{AB}$  在直線  $L: mx + y = 8$ ，且已知  $\overline{AB}$  被  $x$  軸平分， $m > 0$ ，試求  $m$  的值。
4. 設直線  $x = k$  與  $y = \log_5 x$ ,  $y = \log_5(x + 4)$  分別交於  $A, B$ ，若  $\overline{AB} = \frac{1}{2}$ ，則  $k$  等於多少？
5. 已知實係數方程式  $x^4 - 6x^3 + 14x^2 + ax + 5 = 0$  有兩實根及兩複數根，又知兩實根之和為 3，試求  $a$  值。
6. 已知  $p > 0$ ， $q > 0$  且  $\frac{1}{p} + \frac{1}{2q} = 6$ ，求  $\log_{\frac{1}{2}} p^2 q$  之最大值。

二、計算題（每題二十分）

1. 如圖  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，已知  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

圓  $O_1$  為  $\triangle ADE$  的內切圓，圓  $O_2$  為四邊形  $BCED$  的內切圓，  
計算圓  $O_1$  半徑與圓  $O_2$  半徑的比值。



2. 如圖正三角形  $ABC$  經折疊使得頂點  $C$  置於  $\overline{AB}$  上，

設  $\overline{AC'} = 1$ ， $\overline{BC'} = 2$ ，計算  $\overline{PS}$  之長。

