

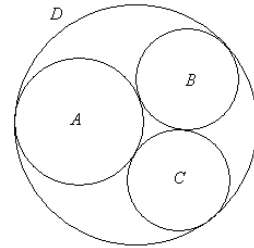
國立臺灣大學 108 學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (108 新生)

一、填充題：（每題8分）

1. 若 a, b 皆為正整數，且 $a^2 + 198^2 + 197^2 + 1 = b^2 + 199^2 + 196^2$ ，則 $ab =$ _____。
2. 若聯立方程式 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 的解為 m, n ，則 $m^2 + n^2 =$ _____。
3. 若 $x - y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, $y - z = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ，則 $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx =$ _____。
4. 化簡 $S = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{100 \times 101 \times 102}$ 為單項最簡分數形式，則 $S =$ _____。
5. 已知 $f(x)$ 為一多項式，且 $\frac{3x^3 - 4x^2 + 5x + 1}{f(x)} = 3x - 1 - \frac{2x - 3}{f(x)}$ ，求 $f(x) =$ _____。
6. 二元一次聯立不等式 $4x - y > 2$, $x + 3y \leq 3$ 的圖形沒有包含第 _____ 象限內的點？
7. 書豪練習 x, y 兩數的四則運算，並將結果列式抄寫如下：
$$x + y = 24, \quad x - y = 16, \quad xy = 108, \quad x/y = 3$$
已知他不小心抄錯其中一式子，求抄錯的式子糾正後應為 _____。
8. 黑板上寫有從1開始的若干連續奇數：1, 3, 5, 7, 9, ...，擦去其中的兩個奇數後，剩下的所有奇數和是 2009，那麼被擦去的兩個奇數和是多少？ _____

9. 二次函數 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 為常數) 的圖形的頂點為 $(2, -1)$ ，而且通過 $(3, 5)$ 。如果此二次函數的圖形和 x 軸相交於二點 A, B ，試求 \overline{AB} 長為 _____。

10. 如圖所示， A, B, C 三圓彼此外切且均內切於圓 D ，已知 B, C 兩圓全等，圓 A 的半徑為 1 且通過的圓 D 的圓心，試問圓 B 的半徑是多少？ _____。



二、計算題：（一題20分）

11. 試比較 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \cdots \times \frac{99}{100}$ 與 $\frac{1}{10}$ 的大小，並詳細說明。