國立臺灣大學109學年度高中物理科學人才培育計畫
數學科試題 (109新生)

一、填充題：（每題10分）

1. 若 $a+b+c=0$，則 $\dfrac{1}{a^2+b^2-c^2}+\dfrac{1}{b^2+c^2-a^2}+\dfrac{1}{c^2+a^2-b^2}=$ ________ 。

2. 將 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$ 因式分解，其結果為 ________ 。

3. 已知 ΔABC 之三邊長為 $\sqrt{29}, \sqrt{37}, \sqrt{52}$，則 ΔABC 之面積為 ______ 。

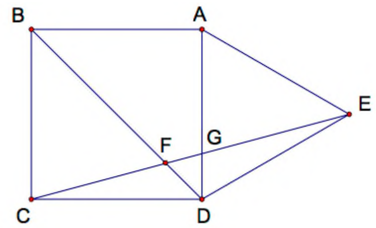
4. 設 $[x]$ 為小於或等於 x 的最大整數，若 $4x^2-11[x]+2=0$，試求 x 之值 = ______ 。

5. 所有邊長是自然數且面積等於周長之直角三角形中，除 $(5, 12, 13)$ 外（以三邊長表示三角形），尚有 _________ 。

6. 設 r_n 表示 n^2 除以 3 的餘數，則 $\dfrac{r_1}{10^1}+\dfrac{r_2}{10^2}+\dfrac{r_3}{10^3}+\cdots+\dfrac{r_n}{10^n}+\cdots=$ _________ 。

7. 設 $x_1, x_2, \cdots, x_7$ 為自然數，且 $x_1<x_2<\cdots<x_7$， 又 $x_1+x_2+\cdots+x_7=2000$，求 $x_1+x_2+x_3$ 之最大值 = ______ 。

8. 如圖，四邊形 ABCD 為正方形，以 $\overline{AD}$ 為邊作正三角形 ΔADE，$\overline{CE}$ 分別與 $\overline{BD}, \overline{AD}$ 相交於 F, G 點，若$\overline{AB} = 2$，則 ΔCDE 面積為 ________ 。



二、計算申論題：（一題20分）

9. 設 n 為比 1 大的正整數，試證明 $2^n - 1$ 不是整數的完全平方數，也不是整數的完全立方數。